



2011年医学部第4問

4 関数  $f_n(x)$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) は次の条件を満たしている.

(i)  $f_0(x) = e^{2x} + 1$

(ii)  $f_n(x) = \int_0^x (n+2t)f_{n-1}(t) dt - \frac{2x^{n+1}}{n+1}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )

このとき以下の問いに答えよ.

(1)  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$  を求めよ.

(2)  $f_n(x)$  の具体的な形を推測し, その結果を数学的帰納法で証明せよ.

(3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ f'_n\left(\frac{1}{2}\right) \right\}$  を求めよ. ただし,  $0 < r < 1$  に対して  $\lim_{n \rightarrow \infty} nr^n = 0$  となることを用いてよい.