



2010年工学部第3問

3 整数 $n = 0, 1, 2, \dots$ に対して,

$$a_n = \int_n^{n+1} \{xe^{-x} - (n+1)e^{-n-1}(x-n)\} dx$$

$$b_n = \int_n^{n+1} \{xe^{-x} - (n+1)e^{-n-1}\} dx$$

とおくとき、次の問いに答えよ。ただし、 e は自然対数の底である。(1) a_0, b_0 を求めよ。(2) $c_n = a_n - b_n$ で定める数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。(3) $S_n = \sum_{k=0}^n c_k$ であるとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。ただし、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{e^n} = 0$ を用いてよい。