



2011年理系第1問

1  $i = \sqrt{-1}$  とする。以下の問に答えよ。

(1) 実数  $\alpha, \beta$  について、等式

$$(\cos \alpha + i \sin \alpha)(\cos \beta + i \sin \beta) = \cos(\alpha + \beta) + i \sin(\alpha + \beta)$$

が成り立つことを示せ。

(2) 自然数  $n$  に対して、

$$z = \sum_{k=1}^n \left( \cos \frac{2\pi k}{n} + i \sin \frac{2\pi k}{n} \right)$$

とおくとき、等式

$$z \left( \cos \frac{2\pi}{n} + i \sin \frac{2\pi}{n} \right) = z$$

が成り立つことを示せ。

(3) 2以上の自然数  $n$  について、等式

$$\sum_{k=1}^n \cos \frac{2\pi k}{n} = \sum_{k=1}^n \sin \frac{2\pi k}{n} = 0$$

が成り立つことを示せ。