



2016年情報コミュニケーション学部 第3問

3 1辺の長さが2の正四面体OABCがある. 線分ABを $p:(1-p)$  ( $0 < p < 1$ )に内分する点をD, 線分OCを $q:(1-q)$  ( $0 < q < 1$ )に内分する点をEとする. また,  $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$ ,  $\vec{OC} = \vec{c}$  とする.

(1)  $\vec{DE}$ を $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ,  $p$ ,  $q$ を用いて表し, 次の空欄 [タ] ~ [ツ] に $p$ ,  $q$ を用いた値や式を記せ.

$$\vec{DE} = (\text{ [タ] }) \vec{a} + (\text{ [チ] }) \vec{b} + (\text{ [ツ] }) \vec{c} \quad \dots\dots \text{①}$$

(2)  $|\vec{DE}|^2$ を求める過程を記した次の文章の空欄 [テ] ~ [ト] に適切な値や式を記せ.

$\triangle OAB$ ,  $\triangle OBC$ ,  $\triangle OCA$ は, いずれも1辺の長さが2の正三角形だから,

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 2 \quad \dots\dots \text{②}$$

かつ,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = \text{ [テ] } \quad \dots\dots \text{③}$$

①, ②, ③より,  $|\vec{DE}|^2$ は $p$ ,  $q$ を用いて次のように表せる.

$$|\vec{DE}|^2 = 4(\text{ [ト] }) \quad \dots\dots \text{④}$$

(3) 点D, 点EがそれぞれAB, OC上を動くとき,  $|\vec{DE}|$ の最小値を求める過程を記した次の文章の空欄 [ナ] ~ [ネ] に適切な値や式を記せ.

④は次のように変形できる.

$$|\vec{DE}|^2 = 4\{(p - \text{ [ナ] })^2 + (q - \text{ [ニ] })^2 + \text{ [ヌ] }\} \quad \dots\dots \text{⑤}$$

⑤より,  $|\vec{DE}|$ は $p = \text{ [ナ] }$ ,  $q = \text{ [ニ] }$ のとき最小値  $\text{ [ネ] }$ をとる.