明治大学

2011年 全学部 第3問

$\boxed{3}$ 空欄 $\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{カ}}$，$\boxed{\text{キ}}$ に当てはまるものを解答群の中から選び，それ以外の空欄には，当てはまる0から9までの数字を入れよ．

座標平面上に3つの放物線 $C_1 : y = x^2$，$C_2 : y = -x^2 - 8x - 8$，$C_3 : y = -x^2 + ax + b$ がある．C_1 と C_3 は $t > 0$ の範囲にただ1つの共有点 $(t,\ t^2)$ を持ち，直線 ℓ は点Pで C_2 に接し，なおかつ点Qで C_3 に接しているとする．次の問に答えよ．

(1) C_1 と C_2 の共有点は $\left(-\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$ である．また，C_1 と C_3 もただ1つの共有点を持つことから $a = \boxed{\text{ウ}}\,t$，$b = -\boxed{\text{エ}}\,t^2$ である．

(2) 点P，Qの x 座標をそれぞれ α，β とする．ℓ は点Pにおける C_2 の接線および点Qにおける C_3 の接線に等しい．これら2つの接線の傾きおよび y 軸との交点がともに等しいことから

$$\beta - \alpha = \boxed{\text{オ}}, \quad \beta^2 - \alpha^2 = \boxed{\text{カ}}$$

が成り立つ．したがって，$\beta + \alpha = \boxed{\text{キ}}$ である．これより，直線 ℓ の方程式は

$$y = \left(t - \boxed{\text{ク}}\right)x + \frac{t^2 + \boxed{\text{ケコ}}\,t + \boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である．

(3) C_3 と x 軸によって囲まれる部分の面積を S_1，C_1 と直線 ℓ によって囲まれる部分の面積を S_2 とすると，

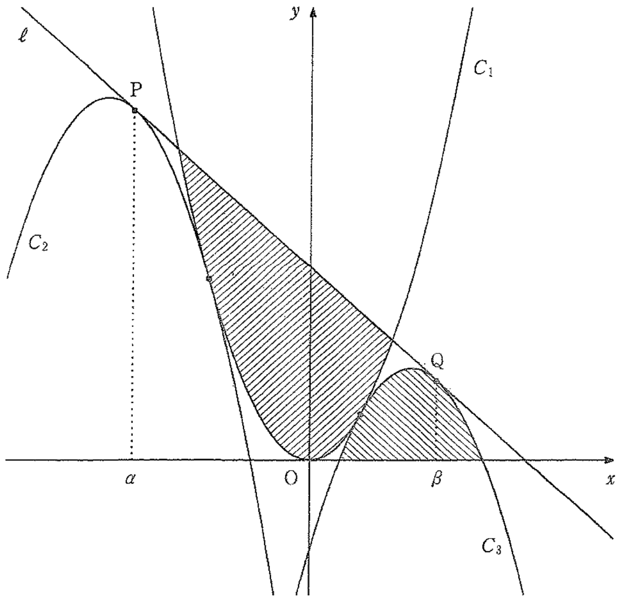
$$S_1 = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}} \cdot \boxed{\text{ソ}}\,t^3$$

$$S_2 = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}} \cdot \left(t + \boxed{\text{タ}}\right)^3$$

である．$S_1 - S_2$ は $t = \dfrac{\boxed{\text{チ}} + \boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$ のときに最小値をとる．

オ，カ，キの解答群

⓪ $t+2$　① $t-2$　② $2t+4$　③ $t+\sqrt{2}$　④ $t-\sqrt{2}$
⑤ t^2-2　⑥ t^2-4　⑦ t^2-8　⑧ $2t^2-4$　⑨ $2t^2-8$



y
ℓ
P
C1
C2
Q
α
O
β
x
C3