



2016年全学部（理工）第4問

4 次の空欄に当てはまるものを解答群の中から選べ。なお、解答群から同じものを二回以上選んでもよい。以下では、 \log は自然対数、 e はその底とする。

曲線 $y = \log x$ を C とする。 p, q, t は実数であり、 $e < p < q$ を満たすとする。座標平面上に、次の6点、 $O(0, 0)$, $A(0, t)$, $P(p, 0)$, $Q(q, 0)$, $F(p, \log p)$, $G(q, \log q)$ をとる。点 G における C の接線と y 軸の交点を考え、その y 座標を t_1 とすると、 $t_1 = \boxed{\text{ア}}$ $- 1$ である。直線 FG と y 軸の交点の y 座標を t_2 とすると、

$$t_2 = \frac{\boxed{\text{イ}} - \boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

$t > t_1$ のとき、曲線 C と2つの線分 AF , AG で囲まれた図形の面積を S とする。台形 $OQGA$ の面積を U , 台形 $OPFA$ の面積を V とおくと、

$$\begin{aligned} S &= U - V - \int_q^p \log x \, dx \\ &= \frac{1}{2} \{ (t+2)(\boxed{\text{オ}}) + \boxed{\text{カ}} - \boxed{\text{キ}} \} \end{aligned}$$

である。

次に、 $t_2 < t < t_1$ と仮定する。曲線 C と直線 AG の2つの共有点のうち、 G とは異なる点を T とする。曲線 C と2つの線分 AF , AT で囲まれた図形の面積を S_1 とする。曲線 C と線分 TG で囲まれた図形の面積を S_2 とする。このとき、 $S_1 = S_2$ となるための必要十分条件は、

$$t = \frac{\boxed{\text{ク}} - \boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} - 2$$

である。

アからコの解答群

- | | | | | |
|------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| ⑩ p | ① q | ② $p+q$ | ③ $q-p$ | ④ $\log p$ |
| ⑤ $\log q$ | ⑥ $p \log p$ | ⑦ $q \log p$ | ⑧ $p \log q$ | ⑨ $q \log q$ |