



2012年全学部（理工）第3問

3 次の空欄 から に当てはまるものを答えよ。ただし、自然数とは1以上の整数のことである。

行列 A, B, E を $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする。

$M_0 = E$ とし、さいころをふって偶数が出れば A を左からかけ、奇数が出れば B を左からかける操作を n 回繰り返すことにより行列 M_n を定める。つまり、

- n 回目に偶数が出たら $M_n = AM_{n-1}$,
- n 回目に奇数が出たら $M_n = BM_{n-1}$

と順々に M_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を定める。 $M_n = A$ となる確率を p_n とする。

- (1) $p_1 =$ である。
- (2) $A^a = E$ をみたす最小の自然数 a は である。 $B^b = E$ をみたす最小の自然数 b は である。
 $BA = AB^c$ をみたす最小の自然数 c は である。
- (3) M_0, M_1, M_2, \dots の中で相異なる行列は最大 個である。
- (4) n が偶数のときは $p_n =$ であり、 n が3以上の奇数のときは $p_n =$ である。