



2011年 商学部 第3問

3 自然数  $n, k$  について,  $xy$  平面上で  $0 \leq y \leq x$  と  $y \leq 2n + k - x$  で定まる領域を  $C_k$  とする. ある整数  $a, b$  に対して,  $(a, b), (a+k, b), (a, b+k), (a+k, b+k)$  を頂点にもつ正方形を1辺が  $k$  の格子点の正方形と呼ぶ事にする.  $C_k$  に入る格子点の正方形を考える ( $C_k$  の境界も含める). このとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $n = 4$  のとき,  $C_k$  内に1辺が  $k$  の格子点の正方形が存在するための, 最大の  $k$  をもとめよ.
- (2) 1辺が  $k$  の格子点の正方形が,  $C_k$  内に存在するための  $k$  の条件を,  $n$  であらわせ.
- (3)  $C_k$  内にある1辺が  $k$  の格子点の正方形の総数を  $a_k$  とするとき,  $a_k$  を  $n$  と  $k$  の式であらわせ.
- (4)  $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$  をもとめよ.