名城大学

2016年 薬学部 第3問

数理 石井K

3 数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和 S_n が $S_n = n^3 + 3n^2 + 2n$ であるとする．次の各問に答えよ．

(1) a_1，a_2 を求めよ．

(2) 一般項 a_n を求めよ．

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{100} \frac{1}{a_k}$ を求めよ．

(1) $S_1 = 1 + 3 + 2 = 6$

$a_1 = S_1$ より $\underline{a_1 = 6}$ //

$S_2 = 8 + 12 + 4 = 24$

$a_1 + a_2 = S_2$ より $6 + a_2 = 24$ $\therefore \underline{a_2 = 18}$ //

(2) $n \geqq 2$ のとき，$S_n - S_{n-1} = a_n$ より

$$a_n = n^3 + 3n^2 + 2n - \{(n-1)^3 + 3(n-1)^2 + 2(n-1)\}$$
$$= n^3 + 3n^2 + 2n - (n^3 - 3n^2 + 3n - 1) - 3(n^2 - 2n + 1) - 2(n-1)$$
$$= 3n^2 + 3n$$

これは $n = 1$ のとき $a_1 = 6$ となり成り立つ

$\therefore \underline{a_n = 3n(n+1)}$ //

(3)
$$\sum_{k=1}^{100} \frac{1}{a_k} = \frac{1}{3}\sum_{k=1}^{100} \frac{1}{k(k+1)}$$
$$= \frac{1}{3}\sum_{k=1}^{100}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)$$
$$= \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{101}\right)$$
$$= \underline{\frac{100}{303}}$$ //