



2016年薬学部(A・F方式)第1問

1 次の各問について、答を  内に記入せよ。

(1)  $a > 1$  とする。  $x = a\sqrt{a}$  のとき、  $\log_a x^2 + 3\log_x a$  の値は  である。また、  $a \leq x \leq a^2$  の範囲における  $\log_a x^2 + 3\log_x a$  の最小値は  である。

(2)  $a > -1$  とし、  $O$  を原点とする座標平面上で3点  $P(a, -1)$ ,  $Q(1, -1)$ ,  $R(1, 1)$  を考える。  $\vec{OP}$  と  $\vec{OQ}$  のなす角が  $\frac{\pi}{3}$  であるとき  $a =$   である。また、  $\vec{OP}$  に直交し、点  $R$  を通る直線の方程式は  $ax - y +$    $= 0$  である。

$$\begin{aligned} (1) \log_a x^2 + 3\log_x a &= \log_a x^2 + 3 \cdot \frac{\log_a a}{\log_a x} \\ &= 2\log_a x + \frac{3}{\log_a x} \quad \dots (*) \end{aligned}$$

$$\text{ここで、} \log_a x = \log_a a^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \text{ より}$$

$$(*) \text{ の値は、} 2 \cdot \frac{3}{2} + 3 \cdot \frac{2}{3} = \underline{5} \text{ である。}$$

$a \leq x \leq a^2$  のとき、  $\log_a x > 0$  なるので、

$$(*) \text{ より } 2\log_a x + \frac{3}{\log_a x} \geq 2\sqrt{2(\log_a x) \cdot \frac{3}{\log_a x}} \quad (\text{相加・相乗平均の関係})$$

$$= 2\sqrt{6} \quad (\text{等号成立は } \log_a x = \sqrt{\frac{3}{2}})$$

$$\text{すなわち } x = a^{\frac{\sqrt{6}}{2}} \text{ のとき}$$

$$\therefore \text{最小値は } \underline{2\sqrt{6}} \text{ である。}$$

$$(2) \cos \frac{\pi}{3} = \frac{\vec{OP} \cdot \vec{OQ}}{|\vec{OP}| |\vec{OQ}|} \text{ より、} \frac{1}{2} = \frac{a+1}{\sqrt{a^2+1} \cdot \sqrt{2}}$$

$$\therefore 2a+2 = \sqrt{2a^2+2} \quad \therefore 4a^2+8a+4 = 2a^2+2$$

$$\therefore a^2+4a+1=0 \quad a > -1 \text{ より } \underline{a = \sqrt{3}-2}$$

$OP$  の傾きは、  $-\frac{1}{a}$  より、求める直線の傾きは、  $a$  となり、  $R$  を通るので

$$y = a(x-1) + 1 \quad \therefore \underline{ax - y - a + 1 = 0}$$