

2011年医学部第2問

2 平面上に正三角形でない鋭角三角形 ABC が与えられている。辺 BC, CA, AB の長さをそれぞれ  $a, b, c$  とし,  $s = \frac{a+b+c}{2}$  とおく。さらに, 辺 BC, CA, AB をそれぞれ  $s-c:s-b, s-a:s-c, s-b:s-a$  に内分する点を X, Y, Z とする。また, O を原点とする。次の問いに答えよ。

(1) 点 N を  $\vec{ON} = \frac{(s-a)\vec{OA} + (s-b)\vec{OB} + (s-c)\vec{OC}}{s}$  と定義するとき, 3 直線 AX, BY, CZ は N で交わることを示せ。

(2) P を  $\triangle ABC$  の内部の点,  $\triangle PBC, \triangle PCA, \triangle PAB$  の面積をそれぞれ  $S_A, S_B, S_C$  とするとき,

$$\vec{OP} = \frac{S_A\vec{OA} + S_B\vec{OB} + S_C\vec{OC}}{S_A + S_B + S_C}$$

と表される。このことを用いて,  $\triangle ABC$  の外心を Q とするとき,  $\vec{OQ}$  を  $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}, a, b, c$  を用いて表せ。

(3)  $\triangle ABC$  の重心を G とする。点 N が Q と G を通る直線上にあるとき,  $\triangle ABC$  は 2 等辺三角形であることを示せ。