

2014年 経済学部 第2問


 数理
石井K

2 3点A(-1, 2), B(3, 4), C(6, -2)について、次の問に答えよ。

- (1) 3点A, B, Cを通る円の方程式を求めよ。
 (2) (1)で求めた円と直線 $y = 2x + k$ が異なる2点で交わる時、定数 k の値の範囲を求めよ。

(1) 求める円の方程式を $x^2 + ax + y^2 + by + c = 0$ とあくと、

$$\text{各点を通ることから、} \quad 1 - a + 4 + 2b + c = 0 \quad \therefore -a + 2b + c = -5 \dots \textcircled{1}$$

$$9 + 3a + 16 + 4b + c = 0 \quad \therefore 3a + 4b + c = -25 \dots \textcircled{2}$$

$$36 + 6a + 4 - 2b + c = 0 \quad \therefore 6a - 2b + c = -40 \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{より、} \quad -4a - 2b = 20 \quad \therefore 2a + b = -10 \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{3} \text{より、} \quad 3a - 6b = -15 \quad \therefore a - 2b = -5 \dots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4}, \textcircled{5} \text{より、} \quad 5a = -25 \quad \therefore a = -5, b = 0, c = -10$$

$$\therefore x^2 - 5x + y^2 - 10 = 0 \quad \therefore \underline{x^2 - 5x + y^2 = 10}$$

(2) $x^2 - 5x + (2x + k)^2 - 10 = 0$ が異なる2つの実数解をもつので

$5x^2 + (4k - 5)x + k^2 - 10 = 0$ の判別式を D とすると

$$D = (4k - 5)^2 - 4 \cdot 5(k^2 - 10)$$

$$= -4k^2 - 40k + 225 > 0$$

$$\therefore 4k^2 + 40k - 225 < 0$$

$$\therefore \frac{-10 - 5\sqrt{13}}{2} < k < \frac{-10 + 5\sqrt{13}}{2}$$

~~~~~ ←