

2014年 医学部 第3問

3  $a$  を正の実数,  $k$  を自然数とし,  $x > 0$  で定義される関数

$$f(x) = \int_a^{ax} \frac{k + \sqrt[k]{u}}{ku} du$$

を考える. このとき以下の各問いに答えよ.

- (1)  $f(x)$  の増減および凹凸を調べ,  $y = f(x)$  のグラフの概形をかけ.
- (2)  $y = f(x)$  の  $x = 1$  における接線の方程式を求めよ.
- (3)  $S$  を正の実数とすると,  $f(p) = S$  を満たす実数  $p$  がただ1つ存在することを示せ.
- (4)  $b = \frac{k}{k + \sqrt[k]{a}}$  とおくと, (2) の  $S$ ,  $p$  について, 次の不等式が成立することを示せ.

$$1 + bS < p < e^{bS}$$