

2013年 国際環境工 第3問

3 図のような中心  $O$ 、半径  $r$  の球形の一部を切り取った容器に、容器上端まで水を満たす。この容器を、点  $O$  を中心としてゆっくりと角度  $\theta$  傾けたときに、容器の中に残っている水の体積を  $V$  とする。以下の問いに答えよ。答えを導く過程も記すこと。

- (1) この容器の容積を求めよ。
- (2) 角度  $\theta_e$  傾けたときにすべての水がこぼれ、容器がちょうど空になったとする。  $\theta_e$  の値を求めよ。
- (3)  $0 \leq \theta \leq \theta_e$  のとき、  $V$  を  $\theta$  の関数  $f(\theta)$  として表せ。
- (4)  $0 \leq \theta \leq \theta_e$  のとき、  $f(\theta)$  の第1次導関数および第2次導関数を求めよ。
- (5)  $0 \leq \theta \leq \theta_e$  のとき、関数  $V = f(\theta)$  の増減、極値、グラフの凹凸および変曲点を調べて、それらがわかるようにグラフをかけ。