



2016年理系第5問

5 空間内に、直線  $l$  で交わる2平面  $\alpha$ ,  $\beta$  と交線  $l$  上の1点  $O$  がある。さらに、平面  $\alpha$  上の直線  $m$  と平面  $\beta$  上の直線  $n$  を、どちらも点  $O$  を通り  $l$  に垂直にとる。 $m$ ,  $n$  上にそれぞれ点  $P$ ,  $Q$  があり、

$$OP = \sqrt{3}, \quad OQ = 2, \quad PQ = 1$$

であるとする。線分  $PQ$  上の動点  $T$  について、 $PT = t$  とおく。点  $T$  を中心とした半径  $\sqrt{2}$  の球  $S$  を考える。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $S$  の平面  $\alpha$  による切り口の面積を  $t$  を用いて表せ。
- (2)  $S$  の平面  $\alpha$  による切り口の面積と  $S$  の平面  $\beta$  による切り口の面積の和を  $f(t)$  とおく。 $T$  が線分  $PQ$  上を動くとき、 $f(t)$  の最大値と、そのときの  $t$  の値を求めよ。