

2012年 経済 第1問

1  $xy$  平面上に  $n$  個の点  $P_k(x_k, y_k)$  ( $k = 1, 2, 3, \dots, n$ ) がある.

$$a = \sum_{k=1}^n x_k^2, \quad b = \sum_{k=1}^n y_k^2, \quad c = \sum_{k=1}^n x_k y_k$$

とおく. さらに,  $P_k$  と直線  $\ell: x \cos \theta + y \sin \theta = 0$  の距離を  $d_k$  とし,

$$L = \sum_{k=1}^n d_k^2$$

とおく. 次の問いに答えよ.

- (1)  $L$  を  $a, b, c, \theta$  を用いて表せ.
- (2)  $\theta$  が  $0 \leq \theta < \pi$  の範囲を動くとき,  $L$  の最大値と最小値を  $a, b, c$  を用いて表せ.
- (3)  $a \neq b$  または  $c \neq 0$  のとき,  $L$  を最大にする  $\ell$  を  $l_1$ , 最小にする  $\ell$  を  $l_2$  とする.  $l_1$  と  $l_2$  は直交することを示せ.