0001524095748999

名城大学

2013年 法学部 第4問

数理 石井K

4 関数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$（ただし，a，b，c は実数の定数）について，次の問に答えよ．

(1) a は $a>-3$ を満たし，$f(x)$ は $x=1$ のとき極小値をとる．このとき，b を a を用いて表せ．

(2) (1)のとき，さらに，$y=f(x)$ のグラフが点 $(0,\ 0)$ に関して対称であるとする．このとき，a，b，c の値を求めよ．

(3) $y=f(x)$ のグラフは，曲線上の点 $\mathrm{A}\left(-\frac{a}{3},\ f\left(-\frac{a}{3}\right)\right)$ に関して対称であることを示せ．

(1) $f'(x)=3x^2+2ax+b$

$f'(1)=0$ となるので，$3+2a+b=0$　$\therefore\ \underline{b=-2a-3}$ //

(2) $(0,0)$ に関して対称より，$f(x)$ は奇関数である

よって，$a=c=0$　(1)より $b=-3$

$\therefore\ \underline{a=0,\ b=-3,\ c=0}$ //

(3) $y=f(x)$ のグラフを x 軸方向に $\frac{a}{3}$，y 軸方向に $-f\left(-\frac{a}{3}\right)$ だけ平行移動すると．

$$y+f\left(-\frac{a}{3}\right)=\left(x-\frac{a}{3}\right)^3+a\left(x-\frac{a}{3}\right)^2+b\cdot\left(x-\frac{a}{3}\right)+c$$

$$\therefore\ y-\frac{a^3}{27}+\frac{a^3}{9}-\frac{ab}{3}+c=x^3-ax^2+\frac{a^2}{3}x-\frac{a^3}{27}+ax^2-\frac{2}{3}a^2x+\frac{a^3}{9}+bx-\frac{ab}{3}+c$$

$$\therefore\ y=x^3-\frac{1}{3}a^2x+bx$$

これは原点に関して対称（奇関数）なので

$y=f(x)$ は点Aに関して対称である ▨

3次関数のグラフは常に変曲点に関して対称となる．

このことを用いれば，変曲点を求めると点Aになるので

点Aに関して対称と解答してもよい．