北海道大学

2013年 理系 第5問

$\boxed{5}$ 区間 $-\infty < x < \infty$ で定義された連続関数 $f(x)$ に対して

$$F(x) = \int_0^{2x} tf(2x-t)\,dt$$

とおく.

(1) $F\left(\dfrac{x}{2}\right) = \displaystyle\int_0^x (x-s)f(s)\,ds$ となることを示せ.

(2) 2次導関数 F'' を f で表せ.

(3) F が3次多項式で $F(1) = f(1) = 1$ となるとき, f と F を求めよ.