名城大学

2014年 法学部 第2問

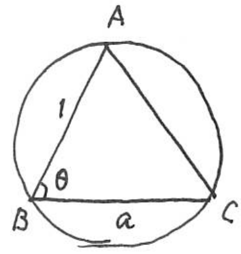
数理 石井K

$\boxed{2}$ $\triangle$ABCは$\angle ABC=\theta$, $AB=1$, $BC=a$とする（θは$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$の範囲にある定数とし，aは正の実数とする）．また，$\triangle$ABCの外接円の半径をrとする．次の問に答えよ．

(1) 線分ACの長さをaとθを用いて表せ．

(2) rをaとθを用いて表せ．

(3) rが最小となるとき，aをθを用いて表せ．また，そのときのrの値を求めよ．



(1) 余弦定理より．

$$AC^2 = 1 + a^2 - 2\cdot 1\cdot a\cdot \cos\theta$$
$$= a^2 - 2a\cos\theta + 1$$

$$\therefore\ \underline{AC = \sqrt{a^2-2a\cos\theta+1}}\ //$$

(2) 正弦定理より．

$$\frac{AC}{\sin\theta} = 2r \qquad \therefore\ \underline{r = \frac{\sqrt{a^2-2a\cos\theta+1}}{2\sin\theta}}\ //$$

(3) (2)より．

$$r = \frac{\sqrt{(a-\cos\theta)^2-\cos^2\theta+1}}{2\sin\theta}$$

$\therefore$ rが最小となるとき． $\underline{a=\cos\theta}$ //

このとき．

$$r = \frac{|\sin\theta|}{2\sin\theta}$$

$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ より． $\sin\theta>0$ $\quad\therefore\ \underline{r=\dfrac{1}{2}}\ //$