



2016年農学部第2問



2 2つの2次方程式 $x^2 + ax - (b+1) = 0$ と $bx^2 + 2bx - (a+2) = 0$ がともに実数解をもたないような実数の組 (a, b) の存在する領域を, ab 平面上に図示せよ.

$$bx^2 + 2bx - (a+2) = 0 \text{ は 2次方程式より } b \neq 0$$

それぞれの判別式を D_1, D_2 とすると

$$D_1 = a^2 + 4(b+1) < 0 \quad \therefore b < -\frac{1}{4}a^2 - 1 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$D_2 = b^2 + b(a+2) < 0 \quad \therefore b(b+a+2) < 0$$

$$\therefore (b > 0 \text{ かつ } b < -a-2) \text{ または } (b < 0 \text{ かつ } b > -a-2)$$

$$\textcircled{1} \text{ より } b < 0 \text{ なので, } b < 0 \text{ かつ } b > -a-2 \quad \dots \textcircled{2}$$

$b = -\frac{1}{4}a^2 - 1$ と $b = -a-2$ の交点を求めると,

$$(2-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}-4), (2+2\sqrt{2}, -2\sqrt{2}-4)$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ とこれより, 求める領域は下の斜線部分(ただし境界線は含まない)

