0001998811008999

名城大学

2014年 法学部 第1問

数理 石井K

1 次の問について，答えを $\boxed{}$ に記入せよ．

(1) $x=3+\sqrt{5}$, $y=3-\sqrt{5}$ のとき，$4x^2+3xy+4y^2=\boxed{ア}$ 124，$\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=\boxed{イ}$ 7 である．

(2) 関数 $f(x)=-x^2+8x+c\ (2\leqq x\leqq 5)$ の最小値が1のとき，$c=\boxed{ウ}$ −11 である．また，そのときの $f(x)$ の最大値は $\boxed{エ}$ である． 5

(3) 放物線 $C_1: y=(x-p)^2+q$ が放物線 $C_2: y=-x^2$ に接するとき，p, q の満たす条件は $\boxed{オ}$ $p^2+2q=0$ である．これより，p がすべての実数値をとって変わるとき，C_1 の頂点が描く軌跡は放物線であり，その方程式は $\boxed{カ}$ である． $y=-\frac{1}{2}x^2$

(4) 放物線 $C: y=x^2+x$ と直線 $\ell_1: y=-x$ との2つの交点のうち，原点ではない交点の x 座標を x_0 とすると，$x_0=\boxed{キ}$ −2 である．C と ℓ_1 によって囲まれた部分の面積を S_1 とし，C, ℓ_1 および直線 $\ell_2: x=-4$ によって囲まれた部分の面積を S_2 とするとき，$S_1+S_2=\boxed{ク}$ 8 である．

(1) $x+y=6$, $xy=(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})=4$ より．

$$4x^2+3xy+4y^2=4(x+y)^2-5xy=4\cdot 6^2-5\cdot 4=\underline{124}$$

$$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{(x+y)^2-2xy}{xy}=\frac{6^2-2\cdot 4}{4}=\underline{7}$$

(2) $f(x)=-(x-4)^2+16+c\quad(2\leqq x\leqq 5)$

$\therefore$ $f(x)$ の最小値は．$f(2)=12+c=1$ $\quad\therefore\ \underline{c=-11}$

このとき．最大値は．$f(4)=16+c=\underline{5}$

(3) $(x-p)^2+q+x^2=0$ $\quad\therefore\ 2x^2-2px+p^2+q=0$ 判別式を D とおくと．

$D/4=p^2-2(p^2+q)=0$ $\quad\therefore\ \underline{p^2+2q=0}$

C_1 の頂点を (X, Y) とおくと． $X=p$, $Y=q$ $\quad\therefore\ Y=-\frac{1}{2}X^2$

$\therefore$ 放物線 $\underline{y=-\frac{1}{2}x^2}$

(4) $x^2+x+x=0$ より．$x(x+2)=0$ $\quad x\neq 0$ より $\underline{x_0=-2}$

$$S_1+S_2=\int_{-2}^{0}-x-x^2-x\,dx+\int_{-4}^{-2}x^2+x+x\,dx$$

$$=\frac{1}{6}\cdot 2^3+\left[\frac{x^3}{3}+x^2\right]_{-4}^{-2}$$

$$=\underline{8}$$