

2013年 数学科・物理学科（共通問題）第8問

8 硬貨投げをしたとき、表、裏がそれぞれ $\frac{1}{2}$ の確率で出る硬貨がある。この硬貨を用いて硬貨投げを n 回繰り返す。 $k = 1, 2, \dots, n$ に対し、 k 回目の硬貨投げの結果に応じて a_k を次で定める：

$$a_k = \begin{cases} 1 & k \text{ 回目の硬貨投げの結果が表のとき} \\ -1 & k \text{ 回目の硬貨投げの結果が裏のとき} \end{cases}$$

また、この a_k ($k = 1, 2, \dots, n$) を用いて n 次式 $f(x)$ を $f(x) = \sum_{k=1}^n a_k x^k$ で定める。

- (1) n が偶数のとき、 $f(x)$ が $x - 1$ で割り切れる確率を n を用いて表せ。
- (2) n が 4 の倍数のとき、 $f(x)$ が $(x - 1)(x + 1)$ で割り切れる確率を n を用いて表せ。
- (3) n が 2 以上の自然数のとき、 $f(2) = 2$ となる確率を n を用いて表せ。