

2010年 経済 第3問

 数理  
石井K

 3 次の2つの円  $C_1$  と円  $C_2$  がある。このとき、以下の各問に答えよ。

$$\begin{cases} C_1: x^2 + y^2 - 9 = 0 \\ C_2: x^2 - 2x + y^2 - 6y - 7 = 0 \end{cases}$$

- (1) 円  $C_2$  の中心の座標と半径を求めよ。  
 (2) 円  $C_1$  と円  $C_2$  の2つの交点を通る直線の方程式を求めよ。  
 (3) (2) で求めた直線と円  $C_2$  の中心との距離を求めよ。  
 (4) 円  $C_1$  と円  $C_2$  の2つの交点と点  $(-2, -2)$  を通る円の方程式を求めよ。

(1)  $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 17$   $\therefore$  中心  $(1, 3)$ , 半径  $\sqrt{17}$  //

(2) 円  $C_1$  と円  $C_2$  の2つの交点を通る円または直線は定数  $k$  を用いて

$$x^2 - 2x + y^2 - 6y - 7 + k(x^2 + y^2 - 9) = 0 \quad \dots (*)$$

と表される。これが直線となるのは、 $k = -1$  のときであり、

$$-2x - 6y - 7 + 9 = 0 \quad \therefore \underline{x + 3y - 1 = 0}$$
 //

(3) 点と直線のキヨリ公式より、

$$d = \frac{|1 + 9 - 1|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{9}{\sqrt{10}} = \underline{\frac{9\sqrt{10}}{10}}$$
 //

(4) (\*) が円になり、 $(-2, -2)$  を通るので

$$x = -2, y = -2 \text{ を代入すると, } 4 + 4 + 4 + 12 - 7 + k(4 + 4 - 9) = 0$$

$$\therefore k = 17$$

(\*) に  $k = 17$  を代入して、 $18x^2 - 2x + 18y^2 - 6y - 160 = 0$

$$\therefore \underline{x^2 - \frac{1}{9}x + y^2 - \frac{1}{3}y - \frac{80}{9} = 0}$$
 //