# 大阪市立大学

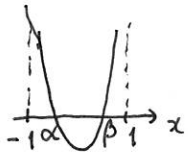
2014年 第1問

数理 石井K

**1** $a$, $b$を実数とする．2次方程式$x^2+2ax+b=0$の2つの解を$\alpha$, $\beta$とする．重解の場合は$\alpha=\beta$と考える．次の問いに答えよ．

(1) $\alpha$, $\beta$が実数で，$|\alpha|\leqq 1$, $|\beta|\leqq 1$をみたすとき，点$(a,\ b)$の存在範囲を図示せよ．

(2) $\alpha$は虚数とし，$\alpha=p+qi$とおく．ただし，$p$, $q$は実数であり，$i$は虚数単位である．$p$, $q$が$p^2+q^2\leqq 1$をみたすとき，点$(a,\ b)$の存在範囲を図示せよ．

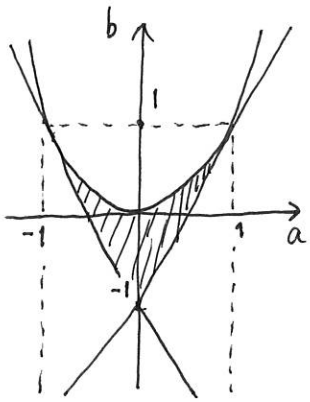



(1) 判別式をDとする．$D/4=a^2-b\geqq 0$ …①

軸は $x=-a$ ∴ $-1\leqq -a\leqq 1$ ∴ $-1\leqq a\leqq 1$ …②

$f(x)=x^2+2ax+b$とおくと．$f(1)\geqq 0$，$f(-1)\geqq 0$より

$1+2a+b\geqq 0$ …③ $1-2a+b\geqq 0$ …④




∴ 右図の斜線部分（境界線を含む）

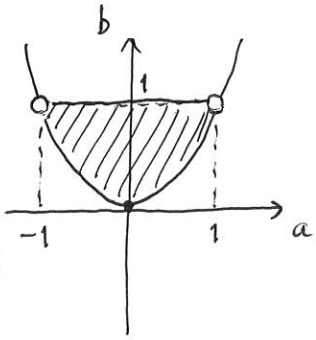
(2) $\alpha=p+qi$が解 ⇒ 共役な複素数 $p-qi$も解

∴ $\beta=p-qi$

解と係数の関係より，$-2a=2p$ ∴ $p=-a$

$b=\alpha\beta=p^2+q^2$ ∴ $b\leqq 1$ …①

また，$D/4=a^2-b<0$ …②




∴ 右図の斜線部分（曲線部分の境界線は含まず，(±1, 1)も含まない
それ以外の境界線は含む）