

2013年 第2問



2 連立不等式 $-2 < x - \frac{1}{x-2} \leq 2$ を解け.

(i). $x \geq 2$ のとき.

各辺に $(x-2)$ をかけると.

$$-2(x-2) < x(x-2) - 1 \leq 2(x-2)$$

$$\therefore -2x + 4 < x^2 - 2x - 1 \leq 2x - 4$$

$$\therefore x^2 > 5 \text{ かつ } x^2 - 4x + 3 \leq 0$$

$$(x-3)(x-1) \leq 0$$

$$\therefore (x > \sqrt{5} \text{ または } x < -\sqrt{5}) \text{ かつ } 1 \leq x \leq 3$$

$$x \geq 2 \text{ であるから. } \sqrt{5} < x \leq 3$$

(ii) $x < 2$ のとき. (i) と同様にして

$$2x - 4 \leq x^2 - 2x - 1 < -2x + 4$$

$$\therefore x^2 - 4x + 3 \geq 0 \text{ かつ } x^2 < 5$$

$$\therefore (x \geq 3 \text{ または } x \leq 1) \text{ かつ } -\sqrt{5} < x < \sqrt{5}$$

$$x < 2 \text{ より. } -\sqrt{5} < x \leq 1$$

$$(i). (ii) \text{ より } \underline{\underline{\sqrt{5} < x \leq 3, -\sqrt{5} < x \leq 1}} //$$