

2012年理工B方式第4問

4 整式  $f(x)$  とその導関数  $f'(x)$  が

$$f(3) = 19, \quad f'(3) = 10, \quad f(-1) = 11$$

$$\begin{array}{r}
 \times -5 \ 3 \ 9 \\
 3 \quad \quad \quad -6 \ -9 \\
 \hline
 1 \ -2 \ -3 \ 0
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 &= (x^2 - 6x + 9)(x + 1) \\
 \circ &= x^3 - 6x^2 + 9x + x^2 - 6x + 9 \\
 &= x^3 - 5x^2 + 3x + 9
 \end{aligned}$$

を満たすとする。このとき、 $f(x)$  を  $(x-3)^2(x+1)$  で割った余りを求めよ。

$$f(x) = (x-3)^2(x+1)P(x) + ax^2 + bx + c \quad \text{とおく。}$$

$$f(3) = 19 \text{ より, } f(3) = 9a + 3b + c = 19 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$f(-1) = 11 \text{ より, } f(-1) = a - b + c = 11 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$f'(x) = (2x^2 - 10x + 3)P(x) + (x-3)^2(x+1)P'(x) + 2ax + b$$

$$\therefore f'(3) = 10 \text{ より, } f'(3) = 6a + b = 10 \quad \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } 8a + 4b = 8 \quad \therefore 2a + b = 2 \quad \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{ より, } 4a = 8 \quad \therefore a = 2, \quad b = -2, \quad c = 7$$

$$\text{したがって余りは, } \underline{\underline{2x^2 - 2x + 7}}$$

$$\text{途中で } \{P(x) \cdot Q(x)\}' = P'(x)Q(x) + P(x)Q'(x)$$

を使った。