



2016年医学部第4問

4  $n$  を自然数とし、 $P_k \left( \frac{k}{n}, \log \left( 1 + \frac{k}{n} \right) \right)$  ( $k = 0, 1, \dots, n$ ) を平面上の  $n+1$  個の点とする。ただし、 $\log x$  は  $x$  の自然対数である。

(1)  $k = 1, 2, \dots, n$  のとき、点  $P_{k-1}$  と点  $P_k$  との距離  $P_{k-1}P_k$  に対して

$$\frac{1}{n} \sqrt{1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{k}{n}\right)^2}} < P_{k-1}P_k < \frac{1}{n} \sqrt{1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{k-1}{n}\right)^2}}$$

を示せ。

(2)  $L_n = \sum_{k=1}^n P_{k-1}P_k$  としたとき  $\lim_{n \rightarrow \infty} L_n$  を求めよ。