



2013年 人文学部 第4問

4 正四面体 ABCD を考える。点 P は、時刻 0 では頂点 A にあり、1秒ごとに、今いる頂点から他の 3 頂点のいずれかに動くとする。n を正の整数として、A から出発して n 秒後に A に戻る経路の数を α_n 、A から出発して n 秒後に B に到達する経路の数を β_n とする。このとき、A から出発して n 秒後に C に到達する経路の数も、D に到達する経路の数も β_n となる。このことに注意して、以下の問いに答えよ。ただし $\alpha_0 = 1$ 、 $\beta_0 = 0$ とする。

- (1) α_2 , β_2 , $\alpha_2 + 3\beta_2$, α_3 , β_3 , $\alpha_3 + 3\beta_3$ を求めよ。
- (2) $n \geq 1$ に対し α_n , β_n を α_{n-1} , β_{n-1} で表せ。
- (3) $c_n = \alpha_n - \beta_n$ とおいて c_n の一般項を求めよ。
- (4) α_n の一般項を求めよ。