



2012 年 工学部 第 2 問

2 四面体 $OABC$ において, $OA = 2$, $OB = \sqrt{2}$, $OC = 1$ であり, $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$, $\angle AOC = \frac{\pi}{3}$, $\angle BOC = \frac{\pi}{4}$ であるとする. また, 3 点 O, A, B を含む平面を α とし, 点 C から平面 α に下ろした垂線と α との交点を H , 平面 α に関して C と対称な点を K とする. $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{b} \cdot \vec{c}$, $\vec{c} \cdot \vec{a}$ を求めよ.
- (2) \overrightarrow{OH} , \overrightarrow{OK} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ.
- (3) $\triangle ABC$ の重心を G とし, 平面 α 上の点 P で $GP + PC$ を最小にする点を P_0 とする. このとき, $\overrightarrow{OP_0}$ を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ. また, 点 P_0 は $\triangle OAB$ の周または内部にあることを示せ.