

2013年文系第5問

5  $a, b$  は実数の定数で  $|a| < |b|$  をみたすとする. 行列  $A$  を

$$A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} a+2b & -2a+2b \\ -a+b & 2a+b \end{pmatrix}$$

によって定めるとき, 以下の問いに答えよ.

- (1)  $x_0 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + y_0 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 13 \end{pmatrix}$  をみたす  $x_0, y_0$  を求めよ.
- (2)  $A \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  を求めよ.
- (3)  $n$  を自然数とする.  $x_n \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + y_n \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 2 \\ 13 \end{pmatrix}$  をみたす  $x_n, y_n$  を  $a, b, n$  を用いて表せ.
- (4) 数列  $\{p_n\}, \{q_n\}$  を  $\begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 2 \\ 13 \end{pmatrix}$  によって定めるとき,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{q_n}{p_n}$  を求めよ.