広島工業大学

2013年 工・情報・環境学部 (A) 第8問

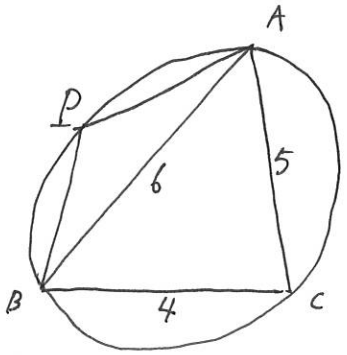
数理 石井K

8 △ABCにおいて，AB＝6，BC＝4，CA＝5とする．△ABCの外接円上の点Pが，頂点Cを含まない弧AB上にある．次の問いに答えよ．

(1) $\cos C$の値を求めよ．

(2) 点PがAP＝4を満たすとき，線分BPの長さを求めよ．

(3) 点Pが動くとき，△APBの面積の最大値を求めよ．



(1) 四角形APBCが円に内接することから

$\angle P = 180^\circ - \angle C$

$\therefore$

余弦定理より. $6^2 = 5^2 + 4^2 - 2\cdot 5\cdot 4\cdot \cos C$

$\therefore \cos C = \dfrac{25+16-36}{40} = \dfrac{1}{8}$ //

(2) 四角形APBCが円に内接することから.

$\angle P = 180^\circ - \angle C$ $\quad\therefore \cos P = -\cos C = -\dfrac{1}{8}$

余弦定理より. $6^2 = AP^2 + BP^2 - 2\cdot AP\cdot BP\cdot \cos\angle P$

$\therefore 36 = 16 + BP^2 + BP$

$\therefore (BP-4)(BP+5) = 0$ $\quad BP>0$より $BP = 4$ //

(3) △APBにおいてABを底辺と考えると高さが最大になればよいので，二等辺三角形となる(2)のときに面積は最大

このとき. $\sin P = \sqrt{1-\left(-\dfrac{1}{8}\right)^2} = \dfrac{3\sqrt{7}}{8}$ より

$S = \dfrac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\cdot \dfrac{3\sqrt{7}}{8} = 3\sqrt{7}$ //