



2011年 第5問

5 座標平面上の直線 $y = mx$ ($m > 0$) を l とする. 点 $(1, 0)$ を P_1 とし, P_1 から l に下ろした垂線の足を Q_1 , Q_1 から x 軸に下ろした垂線の足を P_2 とする. 以下同様に P_n ($n = 1, 2, \dots$) から l に下ろした垂線の足を Q_n , Q_n から x 軸に下ろした垂線の足を P_{n+1} とする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) $\triangle P_1 Q_1 P_2$ の面積 S_1 を m を用いて表せ.

(2) $\triangle P_n Q_n P_{n+1}$ ($n = 1, 2, \dots$) の面積を S_n とするとき, 級数 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ の和 S を m を用いて表せ.

(3) (2) における S が最大になる m と, そのときの S の値を求めよ.