

2012年 理学部 第2問

2 関係式

$$a_1 = 0, \quad \frac{1}{1-a_{n+1}} - \frac{1}{1-a_n} = 2n+1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定まる数列  $\{a_n\}$  に対して, 次の問に答えよ.

- (1) 一般項  $a_n$  を求めよ.
- (2)  $k = 1, 2, 3, \dots$  に対して

$$b_k = \sqrt{\frac{k+1}{k}}(1 - \sqrt{a_{k+1}})$$

とおく. このとき, すべての  $n$  に対して,  $\sum_{k=1}^n b_k < \sqrt{2} - 1$  が成り立つことを示せ.