2013年 薬学部 第2問

$\boxed{2}$ 一般項が，$a_n = \dfrac{1}{\sqrt{5}}\left\{\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right\}$ で与えられる数列 $\{a_n\}$（$n = 1, 2, 3, \cdots$）がある．

このとき，$\{a_n\}$ は自然数からなる数列であることが次のようにして示される．

$\alpha = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$，$\beta = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ とおくと，$\alpha + \beta = \boxed{\text{ア}}$，$\alpha\beta = \boxed{\text{イウ}}$ となる．

ここで

$a_1 = \boxed{\text{エ}}$，$a_2 = \boxed{\text{オ}}$ ……①

a_n を α，β を用いて表すと，$a_n = \dfrac{1}{\sqrt{5}}(\alpha^n - \beta^n)$ である．

このとき

$$\begin{aligned} a_{n+2} &= \frac{1}{\sqrt{5}}(\alpha^{n+2} - \beta^{n+2}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{5}}\left\{\left(\alpha^{n+\boxed{\text{カ}}} - \beta^{n+\boxed{\text{キ}}}\right)(\alpha+\beta) - \alpha\beta(\alpha^n - \beta^n)\right\} \end{aligned}$$

となり

$a_{n+2} = \boxed{\text{ク}}\,a_{n+1} + \boxed{\text{ケ}}\,a_n$ ……②

が成り立つ．よって ①，② より，$a_3 = \boxed{\text{コ}}$，$a_4 = \boxed{\text{サ}}$，$\cdots$ となり，$\{a_n\}$ は自然数からなる数列であることが示された．