



2014 年人文学部 第1問

1 以下の問いに答えよ。ただし、 a は定数である。

- (1) 2曲線 $y = (x+1)(x-3)$, $y = 2(x-a)^2 + 4$ の共有点の個数を調べよ。
- (2) 関数 $y = |(x+1)(x-3)|$ のグラフをかけ。
- (3) 2曲線 $y = |(x+1)(x-3)|$, $y = 2(x-a)^2 + 4$ の共有点の個数を調べよ。

$$(1) 2(x-a)^2 + 4 - (x+1)(x-3) = 0 \quad \text{を計算すと}.$$

$$x^2 + (2-4a)x + 2a^2 + 7 = 0 \quad \text{判別式をDとおくと}.$$

$$\frac{D}{4} = (1-2a)^2 - (2a^2 + 7)$$

$$= 2a^2 - 4a - 6$$

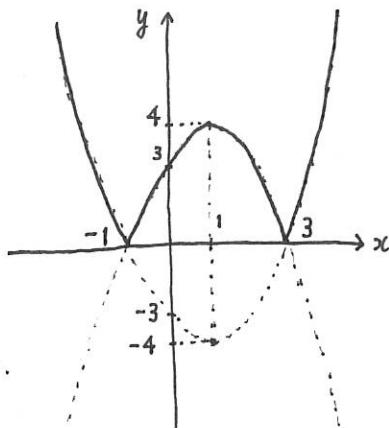
$$= 2(a-3)(a+1)$$

\therefore 共有点の個数は $\begin{cases} 2\text{個} & (a < -1, a > 3 \text{ のとき}) \\ 1\text{個} & (a = -1, 3 \text{ のとき}) \\ 0\text{個} & (-1 < a < 3 \text{ のとき}) \end{cases}$

$$(2) x \leq -1, x \geq 3 \text{ のとき. } y = x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 4$$

$$-1 < x < 3 \text{ のとき. } y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$$

\therefore 石のグラフになる。



(3) $y = -x^2 + 2x + 3$ を C, $y = 2(x-a)^2 + 4$ のグラフを D と表すと。C と D の頂点の y 座標はともに 4 で等しいことから。C と D は $a=1$ のときのみ共有点を持つ。それ以外のときはもない。

また、 $y = x^2 - 2x - 3$ と D は $-1 < x < 3$ で共有点をもつことはない。

\therefore (1) より。 $\begin{cases} 2\text{個} & (a < -1, a > 3 \text{ のとき}) \\ 1\text{個} & (a = -1, 1, 3 \text{ のとき}) \\ 0\text{個} & (-1 < a < 1, 1 < a < 3 \text{ のとき}) \end{cases}$