三重大学

2015年 人文学部 第4問

数理 石井K

4 数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ を

$$a_1 = 119, \quad a_{n+1} - a_n = 12n - 61 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots),$$

$$\sum_{k=1}^{n} b_k = -\frac{1}{2}n(n - 2c + 1) \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

によって定める．ここで c は $5 < c < 6$ を満たす定数とする．以下の問いに答えよ．

(1) 一般項 a_n を求めよ．

(2) 一般項 b_n を求めよ．

(3) $\dfrac{a_n}{b_n} > 0$ となる n をすべて求めよ．

(1) $n \geqq 2$ のとき.

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1}(12k - 61)$$

$$= 119 + 12 \cdot \frac{1}{2}(n-1)n - 61(n-1)$$

$$= \underline{6n^2 - 67n + 180}$$ // これは $n=1$ のときも成り立つ

(2) $n \geqq 2$ のとき

$$b_n = \sum_{k=1}^{n} b_k - \sum_{k=1}^{n-1} b_k$$

$$= -\frac{1}{2}n(n-2c+1) - \left\{-\frac{1}{2}(n-1)(n-2c)\right\}$$

$$= c - n$$

ここで, $b_1 = -\frac{1}{2}(1-2c+1) = c-1$ なので $n=1$ のときも成り立つ

$\therefore\ \underline{b_n = c - n}$ //

(3) $$\frac{a_n}{b_n} = \frac{6n^2 - 67n + 180}{c - n} = \frac{(2n-9)(3n-20)}{c-n}$$

$\therefore$ $\underbrace{(分母) > 0}_{n<c}$ かつ $\underbrace{(分子) > 0}_{n<\frac{9}{2},\ \frac{20}{3}<n}$ となるのは．$5<c<6$ より $n = 1, 2, 3, 4$

$\underbrace{(分母) < 0}_{n>c}$ かつ $\underbrace{(分子) < 0}_{\frac{9}{2}<n<\frac{20}{3}}$ となるのは．$n = 6$

以上より．$\underline{n = 1, 2, 3, 4, 6}$ //