0002196723087999

三重大学

2016年 人文学部 第2問

$\boxed{2}$ $0 \leqq x \leqq 2$ とする．

(1) $\sin \pi x + \cos 2\pi x \geqq 0$ を満たす x の範囲を求めよ．

(2) (1)で求めた x の範囲に対し，

$$\log_2(3+x) + \log_2(5-x) = \log_2(16-k)$$

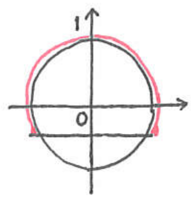
の解がひとつだけであるような実数 k の範囲を求めよ．

(1) $\sin \pi x + \cos 2\pi x = \sin \pi x + 1 - 2\sin^2 \pi x$

$= -(2\sin \pi x + 1)(\sin \pi x - 1)$

∴ 不等式は，$(2\sin \pi x + 1)(\sin \pi x - 1) \leqq 0$

∴ $-\frac{1}{2} \leqq \sin \pi x \leqq 1$



ここで，$0 \leqq \pi x \leqq 2\pi$ より，$0 \leqq \pi x \leqq \frac{7}{6}\pi$，$\frac{11}{6}\pi \leqq \pi x \leqq 2\pi$

よって，$0 \leqq x \leqq \frac{7}{6}$，$\frac{11}{6} \leqq x \leqq 2$ //

(2) 真数条件より，$3+x>0$ かつ $5-x>0$ かつ $16-k>0$

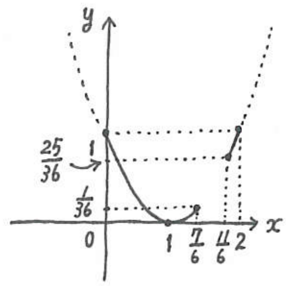
よって(1)で求めた x の範囲とあわせて，$0 \leqq x \leqq \frac{7}{6}$，$\frac{11}{6} \leqq x \leqq 2$，$k<16$ …(*)

このとき，

$\log_2(3+x)(5-x) = \log_2(16-k)$

∴ $-x^2+2x+15 = 16-k$

∴ $x^2-2x+1 = k$



$y=(x-1)^2$ $\left(0 \leqq x \leqq \frac{7}{6},\ \frac{11}{6} \leqq x \leqq 2\right)$ のグラフは右のようになる．

よって，これと $y=k$ の交点の個数が1個となるのは，

$k=0$，$\frac{1}{36}<k<\frac{25}{36}$ //