

2012年 理学部 第2問

2 関係式

$$a_1 = 0, \quad \frac{1}{1-a_{n+1}} - \frac{1}{1-a_n} = 2n+1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定まる数列 $\{a_n\}$ に対して, 次の問に答えよ.

- (1) 一般項 a_n を求めよ.
- (2) $k = 1, 2, 3, \dots$ に対して

$$b_k = \sqrt{\frac{k+1}{k}}(1 - \sqrt{a_{k+1}})$$

とおく. このとき, すべての n に対して, $\sum_{k=1}^n b_k < \sqrt{2} - 1$ が成り立つことを示せ.