



2010年医学部第5問

5 n を 2 以上の自然数として、階乗 $n!$ を素数の積で表すときに現れる 2 の個数を a_n とおく。すなわち $\frac{n!}{2^{a_n}}$ は奇数である。

- (1) $\frac{(2n)!}{2^{2n}}$ は奇数であることを示せ。
- (2) $a_{2n} - a_n$ を n を用いて表せ。
- (3) $n = 2^k$ (k は自然数) のとき、 a_n を n を用いて表せ。
- (4) $a_n < n$ を示せ。
- (5) $\sqrt[n]{n!}$ は無理数であることを示せ。