



2015年 総合理工（数理・情報システム）第3問

3  $f(x) = xe^x$  とするとき、次の問いに答えよ。ただし  $e$  は自然対数の底とし、 $2 < e < 3$ 、 $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} = 0$  であることは用いてよい。

- (1) 関数  $y = f(x)$  の増減およびグラフの凹凸を調べ、そのグラフの概形をかけ。
- (2) 曲線  $y = f(x)$  と直線  $x = -1$ 、 $x = 1$  および  $x$  軸で囲まれた2つの部分の面積の和を求めよ。
- (3)  $t$  を実数とし、数列  $\{a_n\}$  を

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = f(t)a_n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。  $t \leq \frac{1}{2}$  ならば、 $\{a_n\}$  は収束することを示せ。