0002052727497999

北里大学

2014年 医療衛生学部 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 関数 $f(x)=x^3-5x^2+3x+9$ について，次の問に答えよ．

(1) 方程式 $f(x)=0$ を解け．

(2) $f(x)$ の増減を調べ，極値を求めよ．

(3) 曲線 $y=f(x)$ の接線で，点 $(3,\ -6)$ を通るものの方程式を求めよ．

(1) $f(-1)=0$ より $f(x)$ は $x+1$ で割り切れる．(因数定理)

右の割り算の結果から．

$$
\begin{array}{r}
x^2-6x+9 \\
x+1\,\overline{)\,x^3-5x^2+3x+9} \\
\underline{x^3+x^2} \\
-6x^2+3x \\
\underline{-6x^2-6x} \\
9x+9 \\
\underline{9x+9} \\
0
\end{array}
$$

$f(x)=(x+1)(x-3)^2$

$\therefore$ $f(x)=0$ の解は．$\underline{x=-1,\ 3\ (\text{重解})}$ //

(2) $f'(x)=3x^2-10x+3$

$=(3x-1)(x-3)$

$\therefore$ $f'(x)=0$ となるのは $x=\frac{1}{3},\ 3$

x	$\cdots$	$\frac{1}{3}$	$\cdots$	3	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	$\frac{256}{27}$	↘	0	↗

右の増減表より．

$\underline{\text{極大値 } \frac{256}{27}\ (x=\frac{1}{3}\text{のとき}),\ \text{極小値 } 0\ (x=3\text{のとき})}$ //

(3) 接点を $(t,\ t^3-5t^2+3t+9)$ とおくと．接線は．

$f'(x)=3x^2-10x+3$ であることより．

$y=(3t^2-10t+3)(x-t)+t^3-5t^2+3t+9$

すなわち．$y=(3t^2-10t+3)x-2t^3+5t^2+9$ と表される．

これが $(3,\ -6)$ を通ることより．$-6=-2t^3+14t^2-30t+18$

$\therefore$ $t^3-7t^2+15t-12=0$

$$
\begin{array}{r}
t^2-3t+3 \\
t-4\,\overline{)\,t^3-7t^2+15t-12} \\
\underline{t^3-4t^2} \\
-3t^2+15t \\
\underline{-3t^2+12t} \\
3t-12 \\
\underline{3t-12} \\
0
\end{array}
$$

$\therefore$ $(t-4)(t^2-3t+3)=0$ $\quad = (t-\frac{3}{2})^2+\frac{3}{4} > 0$

$\therefore$ $t=4$ より．

$\underline{y=11x-39}$ //