



2017年 理学部（数） 第1問

1 平面上に三角形  $OAB$  がある。実数  $k$  に対して、直線  $AB$  上の点  $C$  を  $\vec{AC} = k\vec{AB}$  を満たす点とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 等式

$$|\vec{OA}|^2 = |\vec{OC}|^2 - 2\vec{OC} \cdot \vec{AC} + |\vec{AC}|^2$$

が成り立つことを示せ。

(2) 等式

$$(1-k)|\vec{OA}|^2 + k|\vec{OB}|^2 = |\vec{OC}|^2 + (1-k)|\vec{AC}|^2 + k|\vec{BC}|^2$$

が成り立つことを示せ。

(3) 平面上の点  $D$  が等式

$$(1-k)|\vec{OA}|^2 + k|\vec{OB}|^2 = |\vec{OD}|^2 + (1-k)|\vec{AD}|^2 + k|\vec{BD}|^2$$

を満たすとき、 $\vec{OD} \cdot \vec{CD}$  の値を求めよ。