# 東北大学

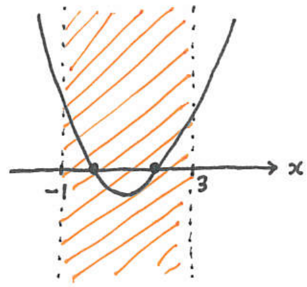
2013年 文系 第1問　　1枚目／2枚

数理 石井K

$\boxed{1}$ $a$を実数とする．以下の問いに答えよ．

(1) 2次方程式 $x^2-2(a+1)x+3a=0$ が，$-1\leqq x\leqq 3$ の範囲に2つの異なる実数解をもつような $a$ の値の範囲を求めよ．

(2) $a$ が (1) で求めた範囲を動くとき，放物線 $y=x^2-2(a+1)x+3a$ の頂点の $y$ 座標が取りうる値の範囲を求めよ．



(1) $D>0$，$-1<(\text{軸})<3$，$f(-1)\geqq 0$，$f(3)\geqq 0$

を満たせばよい．

ここで，$f(x)=x^2-2(a+1)x+3a$，

$f(x)=0$ の判別式を $D$ とおいた．

(i) $D>0$

$$\begin{aligned} D/4 &= (a+1)^2-3a \\ &= a^2-a+1 \\ &= \left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4} \\ &> 0 \end{aligned}$$

となり，$a$ の値にかかわらず，$D>0$ となる．

(ii) 軸の方程式は，$x=a+1$ であるから

$-1<a+1<3$

$\therefore -2<a<2$

(iii) $f(-1)\geqq 0$ かつ $f(3)\geqq 0$

$f(-1)=1+2(a+1)+3a=5a+3$　　$\therefore 5a+3\geqq 0$ より　$a\geqq -\frac{3}{5}$

$f(3)=9-6(a+1)+3a=-3a+3$　　$-3a+3\geqq 0$ より　$a\leqq 1$

(i)〜(iii) より

$\underline{-\frac{3}{5}\leqq a\leqq 1}$ //

2013年 文系 第1問　　2枚目／2枚　　数理 石井K

$\boxed{1}$ $a$ を実数とする．以下の問いに答えよ．

(1) 2次方程式 $x^2-2(a+1)x+3a=0$ が，$-1 \leqq x \leqq 3$ の範囲に2つの異なる実数解をもつような $a$ の値の範囲を求めよ．

(2) $a$ が (1) で求めた範囲を動くとき，放物線 $y=x^2-2(a+1)x+3a$ の頂点の $y$ 座標が取りうる値の範囲を求めよ．

(2) 頂点の $y$ 座標を $y(a)$ で表すと．

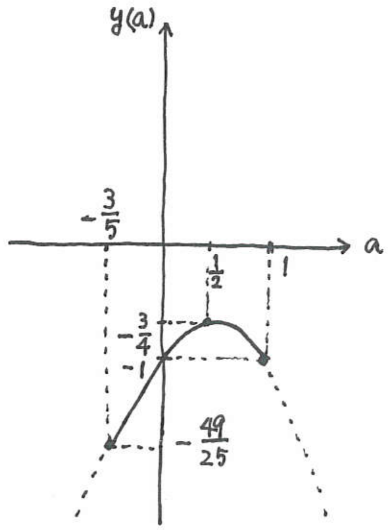
$$f(x)=\{x-(a+1)\}^2-(a+1)^2+3a$$

$$=\{x-(a+1)\}^2-a^2+a-1$$

$$\therefore\ y(a)=-a^2+a-1$$

$$=-\left(a-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{4}$$

$\therefore$ (1) の範囲で考えると右のグラフになる．




$$\therefore\ -\frac{49}{25} \leqq y(a) \leqq -\frac{3}{4}$$ //