東北学院大学

2014年 文系 第3問

数理 石井K

3 a を負の定数とし，放物線 $y=a(x+1)(x-3)$ を C とする．C 上の点 $P(2,\ -3a)$ における C の接線 ℓ と x 軸との交点を A とするとき，次の問いに答えよ．ただし，O は原点を表す．

(1) 直線 ℓ の方程式と点 A の座標を求めよ．

(2) 三角形 OAP の面積が $\frac{7}{4}$ であるとき，a の値を求めよ．

(3) (2) の a に対し，線分 OP，y 軸および放物線 C で囲まれた図形の面積 S を求めよ．

(1) $y=ax^2-2ax-3a$ より $y'=2ax-2a$

$\therefore \ell : y=2a(x-2)-3a$ $\therefore \underline{\ell : y=2ax-7a}$ //

$\therefore 0=2ax-7a$ $a(2x-7)=0$

$a<0$ より，$x=\frac{7}{2}$ $\therefore \underline{A\left(\frac{7}{2},\ 0\right)}$ //

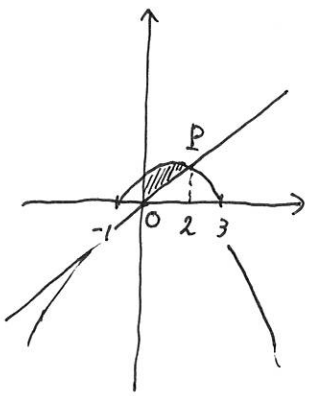
(2) $S=\frac{1}{2}\left|-3a\cdot\frac{7}{2}\right|=\frac{7}{4}$ より $-\frac{21}{2}a=\frac{7}{2}$ $\therefore \underline{a=-\frac{1}{3}}$ //

(3)

$$S=\int_0^2 -\frac{1}{3}(x+1)(x-3)-\left(\frac{1}{2}x\right)\,dx$$

$$=\int_0^2 -\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{6}x+1\,dx$$

$$=\left[-\frac{x^3}{9}+\frac{x^2}{12}+x\right]_0^2$$

$$=-\frac{8}{9}+\frac{1}{3}+2$$

$$=\underline{\frac{13}{9}}$$ //