

2015年看護学部第2問

数理  
石井K

2  $a, b, c$ が実数のとき, 不等式  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$  を証明しなさい.

$$\begin{aligned}(\text{左辺}) - (\text{右辺}) &= a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \\ &= \frac{1}{2} \{ (a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) \} \\ &= \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \}\end{aligned}$$

ここで,  $(a-b)^2 \geq 0$ ,  $(b-c)^2 \geq 0$ ,  $(c-a)^2 \geq 0$  より

$(\text{左辺}) - (\text{右辺}) \geq 0$  すなわち,  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$  が成り立つ

等号成立は,  $a = b = c$  のとき  $\square$