



2013年 医学部 第1問

1 面積が1である  $\triangle ABC$  の辺  $BC$  上に点  $D$  があり, 辺  $CA$  上に点  $E$  があり, 辺  $AB$  上に点  $F$  がある. 正の実数  $x, y, z, w$  を  $AF:FB = x:y$ ,  $BD:DC = y:z$ ,  $CE:EA = z:w$  となるように定める. 線分  $AD$ ,  $BE$ ,  $CF$  が  $\triangle ABC$  の内部の点  $G$  で交わるとき, 次の問に答えよ.

- (1) 三角形の面積の比を用いて,  $\frac{x}{y} \cdot \frac{y}{z} \cdot \frac{z}{w} = 1$  となることを示せ.
- (2)  $\triangle AFE$  の面積を  $x, y, z$  を用いて表せ.
- (3)  $\alpha = \frac{x}{y}$ ,  $\beta = \frac{y}{z}$  とする. このとき,  $\triangle DEF$  の面積を  $\alpha, \beta$  を用いて表せ.
- (4)  $\triangle DEF$  の面積が最大となるのは, 点  $D, E, F$  が各辺の中点となることを示せ.