0001969450308999

早稲田大学

2015 年 スポーツ科学学部 第 5 問

数理 石井K

$\boxed{5}$ k を定数とする．2 つの曲線 C_1，C_2 を，

$$C_1 : y = 3x^2 - 6x + k, \quad C_2 : y = x^2$$

と定義する．曲線 C_1，C_2 はただひとつの共有点 A をもつ．

(1) k の値は $\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}$ である．

9, 2

(2) 点 A を通る直線 ℓ をひき，直線 ℓ と曲線 C_1 との交点を B，直線 ℓ と曲線 C_2 との交点を C とする．ただし，点 B，C はいずれも点 A とは異なる点である．点 B の x 座標を p とすると，点 C の x 座標は $\boxed{テ}\,p + \boxed{ト}$ であり，直線 ℓ および曲線 C_1，C_2 で囲まれる部分の面積は

3, −3

$$\boxed{ナ}\left|\frac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}} - p\right|^3$$

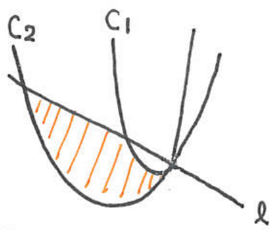
4, 3, 2

となる．

(1) $3x^2-6x+k-x^2=0$ が重解をもつので判別式を D とすると．

$D/4 = (-3)^2 - 2k = 0 \quad \therefore \underline{k = \frac{9}{2}}$ //

(2) $k=\frac{9}{2}$ のとき．$2(x^2-3x+\frac{9}{4})=0 \quad \therefore 2(x-\frac{3}{2})^2=0$ より $A(\frac{3}{2}, \frac{9}{4})$



$\therefore$ ℓ の傾きを m とすると．$\ell : y = m(x-\frac{3}{2}) + \frac{9}{4}$

$\therefore 3x^2 - 6x + k - m(x-\frac{3}{2}) - \frac{9}{4} = 0$

$3x^2 - (6+m)x + k + \frac{3}{2}m - \frac{9}{4} = 0$

解と係数の関係より．$\frac{3}{2} + p = \frac{6+m}{3} \quad \therefore m = 3p - \frac{3}{2} \cdots ①$

同様に．点 C の x 座標を q とおくと．

$x^2 - m(x-\frac{3}{2}) - \frac{9}{4} = 0$ において解と係数の関係より．$\frac{3}{2} + q = m$

$\therefore$ ① より．$\underline{q = 3p-3}$ //

$S = \int_{3p-3}^{\frac{3}{2}} (3p-\frac{3}{2})(x-\frac{3}{2}) + \frac{9}{4} - x^2\,dx - \int_p^{\frac{3}{2}} (3p-\frac{3}{2})(x-\frac{3}{2}) + \frac{9}{4} - 3x^2 + 6x - \frac{9}{2}\,dx$

$= -\int_{3p-3}^{\frac{3}{2}} \{x-(3p-3)\}(x-\frac{3}{2})\,dx + 3\int_p^{\frac{3}{2}} (x-p)(x-\frac{3}{2})\,dx$

$= \underline{4\left|\frac{3}{2} - p\right|^3}$ //