0002243636577999

自治医科大学

2016年 医学部 第16問

$\boxed{16}$ 数列 $\{a_n\}$ は，初項が 1，公比 2 の等比数列であるとする．$S = \sum_{n=1}^{101} a_n$ としたとき，$S+1$ は，$(30+b)$ 桁の整数になる．b の値を求めよ．ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする．

$$a_n = 1 \cdot 2^{n-1}$$

$$\therefore S = \sum_{n=1}^{101} 2^{n-1}$$

$$= \frac{1-2^{101}}{1-2}$$

$$= 2^{101} - 1$$

$$\therefore S+1 = 2^{101}$$

2^{101} が n 桁の整数 $\iff 10^{n-1} \leqq 2^{101} < 10^n$

$$\iff n-1 \leqq \underbrace{101 \log_{10} 2}_{=30.401} < n$$

$\therefore n = 31 \qquad \therefore \underline{b=1}$ //