

2014年 国際環境工 第3問

3  $S_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) と定義する. 以下の問いに答えよ.

(1)  $x \neq -1$  のとき,  $\frac{1}{x+1} = \sum_{k=0}^{n-1} (-x)^k + \frac{(-x)^n}{x+1}$  が成立することを証明せよ.

(2)  $n = 1, 2, 3, \dots$  のとき, 不等式  $-\frac{1}{n+1} \leq \int_0^1 \frac{(-x)^n}{x+1} dx \leq \frac{1}{n+1}$  が成立することを証明せよ.

(3)  $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} \int_0^1 (-x)^k dx$  が成立することを証明せよ.

(4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  を求めよ.