

2016年 国際環境工 第4問


 数理  
石井K

4 四面体OABCと点Pについて、 $14\vec{OP} + 5\vec{AP} + 9\vec{BP} + 7\vec{CP} = \vec{0}$ が成り立つとする。四面体OABC, PABCの体積をそれぞれ $V_1, V_2$ とすると、 $V_1 : V_2$ を以下の手順で求めよ。

- (1)  $\vec{OP}$ を、 $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ を用いて表せ。
- (2) 線分BCを7:9に内分する点をDとすると、 $\vec{OP}$ を、 $\vec{OA}, \vec{OD}$ を用いて表せ。
- (3) 点Pはどのような位置にあるか説明せよ。
- (4)  $V_1 : V_2$ を求めよ。

$$(1) \text{ 手式より. } 14\vec{OP} + 5(\vec{OP} - \vec{OA}) + 9(\vec{OP} - \vec{OB}) + 7(\vec{OP} - \vec{OC}) = \vec{0}$$

$$\therefore 35\vec{OP} = 5\vec{OA} + 9\vec{OB} + 7\vec{OC}$$

$$\therefore \vec{OP} = \frac{1}{7}\vec{OA} + \frac{9}{35}\vec{OB} + \frac{1}{5}\vec{OC} \quad "$$

$$(2) \vec{OD} = \frac{9}{16}\vec{OB} + \frac{7}{16}\vec{OC}$$

$$\begin{aligned} \therefore \vec{OP} &= \frac{1}{7}\vec{OA} + \frac{16}{35}\left(\frac{9}{16}\vec{OB} + \frac{7}{16}\vec{OC}\right) \\ &= \frac{1}{7}\vec{OA} + \frac{16}{35}\vec{OD} \quad " \end{aligned}$$

$$(3) \vec{OP} = \frac{5}{35}\vec{OA} + \frac{16}{35}\vec{OD}$$

$$= \frac{21}{35}\left(\frac{5}{21}\vec{OA} + \frac{16}{21}\vec{OD}\right)$$

$$= \frac{3}{5}\left(\frac{5}{21}\vec{OA} + \frac{16}{21}\vec{OD}\right)$$

$\therefore$  線分ADを16:5に内分する点をEとすると、点Pは線分OEを3:2に内分する点、

(4) 底面積は同じで高さだけが異なるから

右図より

$$\underline{V_1 : V_2 = 5 : 2} \quad "$$

